

文章编号: 1000-7598-(2005) 10-1535-06

砂井地基固结的概率设计

李小勇¹, 钟文华², 周英才³

(1. 北方工业大学 建筑学院, 北京 100041; 2. 浙江省衢州市交通建设集团有限公司, 浙江 衢州 324002; 3. 太原冶金工业学校, 太原 030009)

摘 要: 将概率统计理论引入砂井地基固结问题的分析中, 克服了现行“确定性”分析和设计法的不足。对砂井地基固结的概率分析进行了系统全面地研究, 提出了砂井地基固结概率设计的设计系数法。该法用设计系数将砂井地基的固结概率设计与常规设计联系起来。径向固结系数的设计值等于其标准值与设计系数的乘积, 也等于其均值与中心设计系数乘积。推导了径向固结系数为对数正态分布和伽玛分布时设计系数的计算公式, 并据此研究了设计系数的变化规律。中心设计系数是径向固结系数变异系数的减函数, 而是失效概率的增函数。研究了径向固结系数标准值的计算方法。为便于工程查用, 提供了设计系数图表。提出了砂井地基固结概率设计的一般步骤, 并用算例说明了该法在实际工程中的应用。

关 键 词: 砂井地基固结; 固结度; 概率设计; 设计系数; 中心设计系数; 设计值; 标准值

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

Probability design of consolidation of sand-drained ground

LI Xiao-yong¹, ZHONG Wen-hua², ZHOU Ying-cai³

(1. North China University of Technology, Beijing 100041, China; 2. Quzhou Group Company of Traffic Construction, Quzhou 324002, China;

3. Taiyuan School of Metallurgical Industry, Taiyuan 030009, China)

Abstract: On the basis of probability and statistics theory, a systematic study is carried out on the probability design of consolidation of sand-drained ground, which overcomes the shortage of the current determination method of design. The probability design method—the design coefficient method, is proposed, that is correlated with the conventional design by the mean of design coefficient. The design value of horizontal coefficient of consolidation can be made by multiplying its standard value and design coefficient or by multiplying its mean and central design coefficient. Under the conditions of the horizontal coefficient of consolidation being either a log normal distribution or a gamma distribution, the formulas for computing design coefficient are derived. According to these formulas, the variation of design coefficient is studied. The central design coefficient is decreasing function of coefficient of variation of horizontal coefficient of consolidation, and increasing function of probability of failure. The method of calculation on standard value of horizontal coefficient of consolidation is discussed. The tables and diagrams are given, which can be used to look up the coefficient of consolidation. A probability design procedure for consolidation of sand-drained ground is established; and its practical application is illustrated by example.

Key words: consolidation of sand-drained ground; degree of consolidation; probability design; design coefficient; central design coefficient; design value; standard value

1 引 言

近若干年来, 土工问题的概率分析和可靠性理论的研究和应用在世界范围内越来越受到学者和工程师们的重视, 有关问题在现阶段对我国更具有突出的意义。目前砂井地基固结分析采用常规的定值方法, 工程测试表明确定性分析结果与实测结果具有较大的差异性, 这是因为固结参数常常是不确定

的随机变量, 因此砂井地基的固结度应该是对实际固结过程的一种概率估计。

对于砂井地基固结的概率特性, 国内外学者进行了一定的研究。李国周、欧阳葆元^[1] (1992 年) 推导了用砂井排水加固软基时的固结度的概率计算模式。Hong & Shang^[2] (1998 年) 对考虑井阻和涂抹作用的非理想井固结进行了概率分析, 把固结系数和渗透系数作为不确定性参数, 并进行了不确定

性参数对固结度的敏感性分析。Zhou, Hong & Shang^[3] (1999 年) 分析了随机变量的概率分布类型对竖井固结度的影响, 其径向固结度的计算是根据 Hansbo 的理论^[4], 但谢康和^[5] (1989 年) 曾指出在考虑井阻作用时 Hansbo 的理论是近似的, 李小勇等^[6~9] (2001 年、2002 年) 研究了砂井地基固结概率特性。但对于砂井地基固结的概率设计方法国内外研究的不多, 砂井地基固结向概率设计发展是必然的趋势。

在现有研究工作积累的基础上进一步系统地深入开展砂井地基固结概率设计理论和应用的研究, 无疑是一项既具有重要理论意义又具有实用价值和前景的应用基础性研究工作。本文旨在研究砂井地基固结的实用的概率设计方法, 并推动该方法在工程中应用。

2 砂井地基固结的概率设计方法

2.1 砂井地基固结度计算公式

2.1.1 理想井

砂井地基总的平均固结度 $u_{rz}(t)$ 是由竖向排水和径向排水所引起的, 由下式计算:

$$u_{rz}(t) = 1 - [1 - U_v(t)][1 - U_r(t)] \quad (1)$$

式中 $U_v(t)$ 为竖向平均固结度; $U_r(t)$ 为径向平均固结度。Terzaghi (1948 年)^[10] 给出了 $U_v(t)$ 的计算公式:

$$U_v(t) = 1 - 2 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\exp(-A_i^2 C_v t / H^2)}{A_i^2} \quad (2)$$

式中 C_v 为竖向固结系数; H 为排水距离; $A_i = \pi(2i+1)/2$, $i = 0, 1, 2, \dots$ 。工程上砂井地基径向平均固结度一般采用 Barron (1948 年)^[11] 的等应变条件的公式:

$$U_r(t) = 1 - \exp\left[\frac{-8C_h t}{d_e^2 F(n)}\right] \quad (3)$$

式中 C_h 为径向固结系数; d_e 为砂井影响区直径;

$$F(n) = \frac{n^2 \ln(n)}{n^2 - 1} - \frac{3n^2 - 1}{4n^2}, \quad n = \frac{d_e}{d_w}, \quad d_w \text{ 为砂井直径。}$$

2.1.2 非理想井

谢康和 (1994 年)^[12] 建立的砂井理论可用于考虑井阻作用以及由于涂抹区渗透性和压缩性改变对砂井地基固结所产生的影响, 砂井地基固结度的计算公式为

$$U_{rz} = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{M_i^2} \exp(-\beta_i t) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{其中 } \beta_i &= \left[\frac{M_i^2 C_v}{H^2} + \frac{8C_h}{(F + D_i)d_e^2} \right] \alpha_E; \\ \alpha_E &= \frac{n^2 - s^2}{n^2 - 1} + \frac{s^2 - 1}{n^2 - 1} N_m, \quad n = \frac{r_e}{r_w}, \quad s = \frac{r_s}{r_w}; \\ F &= \left(\ln \frac{n}{s} + N_k \ln s - \frac{3}{4} \right) \frac{n^2}{n^2 - 1} + \frac{s^2}{n^2 - 1} (1 - N_k) \cdot \\ &\quad \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) + \frac{N_k}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right); \\ N_k &= \frac{k_h}{k_s}; \quad N_m = \frac{E_m}{E_s}; \quad M_i = \frac{(2i-1)\pi}{2}; \quad i = 1, 2, 3, \dots; \\ D_i &= \frac{8G}{M_i^2} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2} \right); \quad G = N_w \left(\frac{H}{d_w} \right)^2; \quad N_w = \frac{k_h}{k_w} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

H 为软土层竖向排水距离; C_h , C_v 为地基径向及竖向固结系数; k_h , k_v 为地基径向及竖向渗透系数; k_s , k_w 为涂抹区内土体的径向渗透系数和砂井材料的渗透系数; E_s , E_m 分别为地基土和涂抹区土体的 (侧限) 压缩模量; r_w , r_s , r_e 分别为砂井、涂抹区及砂井影响区半径。

2.2 砂井地基固结概率特性

2.2.1 理想井

文献[8, 9]通过对参数的敏感性分析, 研究了参数不确定性对理想砂井地基固结概率特性的影响。研究表明, 理想砂井地基固结度的概率特性对径向固结系数的变异性和分布概型比较敏感, 而对竖向固结系数的变异性和分布概型均不敏感。因此得出忽略竖向固结系数的不确定性, 仅考虑径向固结系数的不确定性及其分布类型的理想砂井地基概率设计的简化分析方法。误差分析表明该简化分析方法具有较高精度。

2.2.2 非理想井

文献[7]利用蒙特卡罗模拟方法计算非理想砂井地基固结度概率特征值, 通过正交试验研究不确定性参数变异性对非理想砂井地基固结概率特性的影响, 研究了非理想砂井地基固结概率分析的近似方法, 并探讨了近似方法的精度。研究结果表明非理想砂井地基固结度的概率特性对径向固结系数的不确定性最为敏感, 提出了只考虑径向固结系数不确定性的非理想砂井地基固结概率特性的近似分析

方法。误差研究进一步证明了近似方法的实用性。

2.3 砂井地基固结概率设计

下面研究理想砂井地基简化分析方法和非理想砂井地基近似分析方法时的概率设计。在砂井地基固结问题中常要对在时间 t_s 的固结度 $U_{rs}(t_s)$ 达到目标固结度 $U_{rs}(t_s)$ 的概率进行分析。

设 P_f 为在时间 t_s 的固结度 $U_{rs}(t_s)$ 不能达到目标固结度 $U_{rs}(t_s)$ 的失效概率, 则

$$P_f = P[U_{rs}(t_s) < U_{rs}(t_s)] \quad (6)$$

由式 (1) 和式 (4) 可知, $U_{rs}(t)$ 是 C_h 的单调增函数, 可以得出^[13]:

$$P_f = P[U_{rs}(t_s) < U_{rs}(t_s)] = P(C_h < C_{hp}) \quad (7)$$

设 $C_{hp} = \phi b_h$, 代入式 (7), 则

$$P_f = P(C_h < C_{hp}) = P\left(\frac{C_h}{b_h} < \phi\right) \quad (8)$$

式中 ϕ 为径向固结系数的设计系数; b_h 为径向固结系数标准值; C_{hp} 称作径向固结系数设计值。径向固结系数设计值等于径向固结系数的标准值与设计系数的乘积。

3 设计系数计算方法

研究表明^[6~9, 14~20], 固结系数一般为对数正态分布或伽玛分布。下面分别研究径向固结系数为对数正态分布和伽玛分布情况下设计系数计算方法。

定义均值系数 k 为平均值 μ_h 与标准值 b_h 的比值, 即 $k = \frac{\mu_h}{b_h}$, 则 $C_{hp} = \phi b_h = \frac{\phi}{k} \mu_h$ 。设 $\psi = \frac{\phi}{k}$, 则 $C_{hp} = \phi b_h = \psi \mu_h$ 。定义中心设计系数 ψ 为设计系数 ϕ 与均值系数 k 的比值, 即 $\psi = \phi/k$ 。因此, 径向固结系数设计值还等于径向固结系数的平均值与中心设计系数的乘积。

3.1 中心设计系数(径向固结系数为对数正态分布)

设连续型随机变量 x , 如果其对数 $\ln x$ 服从正态分布, 则称 x 服从对数正态分布。其概率密度为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp\left[-\frac{(\ln x - \nu)^2}{2\xi^2}\right], \quad 0 < x < \infty \quad (9)$$

式中 ν 为 $\ln x$ 的均值; ξ 为 $\ln x$ 的标准差。

x 在区间 $[a, b]$ 取值的概率为

$$P\{a \leq x \leq b\} = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp\left[-\frac{(\ln x - \nu)^2}{2\xi^2}\right] dx \quad (10)$$

令 $s = \frac{\ln x - \nu}{\xi}$, 则式 (10) 可以变换为

$$P(a \leq x \leq b) = \int_{(\ln a - \nu)/\xi}^{(\ln b - \nu)/\xi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) ds = \Phi\left(\frac{\ln b - \nu}{\xi}\right) - \Phi\left(\frac{\ln a - \nu}{\xi}\right) \quad (11)$$

式中 $\Phi(*)$ 为标准正态分布的分布函数。可以看出, 概率 P 是参数 ν 和 ξ 的函数, 对数正态分布概率计算可转化为正态分布概率计算。根据概率论可知, 参数 ν 和 ξ 与随机变量 x 的均值 μ_x 、标准差 σ_x 和变异系数 V_x 有如下的关系:

$$\nu = \ln \mu_x - \frac{1}{2} \xi^2 \quad (12)$$

$$\xi = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma_x^2}{\mu_x^2}\right)} = \sqrt{\ln(1 + V_x^2)} \quad (13)$$

因此概率 P 也是参数 μ_x 和 σ_x 的函数。由式 (8) 得:

$$P_f = P(C_h \leq C_{hp}) = \Phi\left(\frac{\ln C_{hp} - \nu}{\xi}\right) \quad (14)$$

将式 (12)、式 (13) 代入式 (14) 可得:

$$P_f = \Phi\left[\frac{\ln\left(\frac{\phi}{k} \sqrt{1 + V_h^2}\right)}{\sqrt{\ln(1 + V_h^2)}}\right] = \Phi\left[\frac{\ln(\psi \sqrt{1 + V_h^2})}{\sqrt{\ln(1 + V_h^2)}}\right] \quad (15)$$

由式 (15) 可得:

$$\psi = \frac{\exp[\Phi^{-1}(P_f) \sqrt{\ln(1 + V_h^2)}]}{\sqrt{1 + V_h^2}} \quad (16)$$

式中 $\Phi^{-1}(*)$ 为标准正态分布函数的反函数。从式 (16) 可以看出, 中心设计系数是径向固结系数 C_h 的变异系数 V_h 的函数, 而且与失效概率 P_f 有关。

3.2 中心设计系数(径向固结系数为伽玛分布)

Gamma 分布的密度函数为

$$f(x) = \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} x^{\eta-1} \exp(-\lambda x), \quad x > 0 \quad (17)$$

式中 η 和 λ 为分布的尺度参数; $\Gamma(*)$ 为伽玛函数, $\Gamma(\eta) = \int_0^\infty x^{\eta-1} \exp(-x) dx$ 。由概率论可知, 当随机变量为伽玛分布时, 尺度参数:

$$\eta = \frac{\mu_h^2}{\sigma^2} = \frac{1}{V_h^2}; \quad \lambda = \frac{\mu_h}{\sigma^2} = \frac{1}{\mu_h V_h^2}$$

因此

$$P_f = P(C_h \leq C_{hp}) = \int_0^{C_{hp}} \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} x^{\eta-1} \exp(-\lambda x) dx = \int_0^{C_{hp}} \frac{1}{(\mu_h V_h^2)^{\frac{1}{V_h^2}} \Gamma\left(\frac{1}{V_h^2}\right)} x^{\left(\frac{1}{V_h^2}-1\right)} \exp\left(-\frac{1}{\mu_h V_h^2} x\right) dx \quad (18)$$

令 $y = \frac{1}{\mu_h} x$, 则式 (18) 可变换为

$$P_f = \int_0^\psi \frac{1}{(V_h^2)^{\frac{1}{V_h^2}} \Gamma\left(\frac{1}{V_h^2}\right)} y^{\left(\frac{1}{V_h^2}-1\right)} \exp\left(-\frac{1}{V_h^2} y\right) dy \quad (19)$$

从式 (19) 可知, 中心设计系数 ψ 正好是以 $\lambda = \eta = 1/V_h^2$ 为参数的伽玛分布概率等于 P_f 的分位数, 即

$$\psi = \Omega^{-1}\left(P_f, \frac{1}{V_h^2}, \frac{1}{V_h^2}\right) \quad (20)$$

式中 $\Omega^{-1}(*, \lambda, \eta)$ 为 gamma 分布函数的反函数。从式 (20) 可以看出, 中心设计系数是径向固结系数 C_h 的变异系数 V_h 的函数, 而且与失效概率 P_f 有关。

3.3 径向固结系数的标准值

《建筑结构设计统一标准》^[21] 中规定标准值取变量分布的某个分位值, 《水利水电工程结构可靠性设计统一标准》^[22] 中建议土性材料物理性能指标的标准值采用概率分布的 0.5 分位值, 因为 $b_h = \frac{\mu_h}{k}$, 故由平均值来计算标准值的关键是确定均值系数 k 。

(1) 均值系数(径向固结系数为对数正态分布):

$$P_f = P(C_h \leq b_h) = \Phi\left(\frac{\ln b_h - \mu}{\xi}\right) = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{1}{k} \sqrt{1+V_h^2}\right)}{\sqrt{\ln(1+V_h^2)}}\right) = 0.5 \quad (21)$$

$$k = \sqrt{1+V_h^2} \quad (22)$$

(2) 均值系数 (径向固结系数为伽玛分布):

$$P_f = P(C_h \leq b_h) = \int_0^{\frac{1}{k}} \frac{1}{(V_h^2)^{\frac{1}{V_h^2}} \Gamma\left(\frac{1}{V_h^2}\right)} y^{\left(\frac{1}{V_h^2}-1\right)} \exp\left(-\frac{1}{V_h^2} y\right) dy = 0.5 \quad (23)$$

$$k = \frac{1}{\Omega^{-1}\left(0.5, \frac{1}{V_h^2}, \frac{1}{V_h^2}\right)} \quad (24)$$

4 设计步骤

砂井地基固结的概率设计步骤:

① 整理径向固结系数的试验数据, 计算其均值和标准差;

② 计算径向固结系数的变异系数并拟合其概率分布;

③ 根据失效概率 P_f 、径向固结系数的变异系数 V_h 及其分布, 由式 (16)、式 (20) 计算中心设计系数, 或者根据均值系数和中心设计系数换算成设计系数。

④ 砂井地基固结概率设计。对于理想砂井地基可由下式计算:

$$U(t) = 1 - [1 - U_v(t)][1 - \bar{U}_r(t)] \quad (25)$$

式中 $U_v(t)$ 由式 (20) 计算; $\bar{U}_r(t)$ 由下式计算:

$$\bar{U}_r(t) = 1 - \exp\left[\frac{-8\psi\mu_h t}{d_e^2 \left[\frac{n^2 \ln(n)}{n^2 - 1} - \frac{3n^2 - 1}{4n^2}\right]}\right] \quad (26)$$

对于非理想砂井地基可由下式计算:

$$U_{rz}(t) = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2}{M_i^2} \exp(\bar{\beta}_i t) \quad (27)$$

式中 $\bar{\beta}_i$ 由式 (28) 计算:

$$\bar{\beta}_i = \left[\frac{M_i^2 C_v}{H^2} + \frac{8\psi\mu_h}{(F + D_i)d_e^2} \right] \alpha_E \quad (28)$$

下面通过工程实例来说明砂井地基固结概率设计方法在工程中的应用。某工程场地有一软粘土地基土层参数为: 土层竖向排水距离 $H = 5 \text{ m}$, $s = 2$, $n = 10$, $d_w = 0.3 \text{ m}$, 地基土的竖向固结系数 $C_v = 2.5 \text{ m}^2/\text{a}$; 径向固结系数 C_h 均值 $\mu_h = 3.0 \text{ m}^2/\text{a}$, $N_m = 0.9$, $N_k = 4$, $N_w = 10^{-4}$ 。分别用理想砂井地基和非理想砂井地基的概率设计方法, 预测径向固结系数的变异系数 $V_h = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$, 失效概率 $P_f = 0.01, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$, 时间 $t_s = 1.0$ 年时的固结度 $U(t_s)$ 。这里假定径向固结系数为对数正态分布或者为伽玛分布。

根据失效概率 P_f 和变异系数 V_h , 由式 (16)、式 (20) 可计算中心设计系数, 见表 3。由式 (24) 可得 $t_s = 2$ 年时的理想砂井地基固结度预测值, 由

式 (26) 可得 $t_s=1$ 年时的非理想砂井地基固结度预测值, 预测结果见表 4。如按确定性方法计算, 理想砂井地基固结度为 88.1%, 非理想砂井地基固结度为 87.4%。

从表 3 和表 4 可以看出, 常规定值设计法和基于概率的设计系数法所得结果的差异, 当然后者的

结果比较合理。随着径向固结系数变异性减小和失效概率的增大, 中心设计系数趋于 1, 砂井地基固结的固结度预测值与按确定性方法计算值趋于相同。而工程上径向固结系数变异性一般比较大, 因此砂井地基固结的概率设计结果比较接近实际情况, 而常规设计结果将会引起较大偏差。

表 3 中心设计系数
Table 3 Calculation of central design coefficient

V_v	失效概率 P_f									
	C_h 为对数正态分布					C_h 为伽玛分布				
	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20
0.1	0.789 0	0.844 5	0.875 6	0.897 3	0.914 9	0.782 2	0.841 4	0.874 2	0.896 8	0.915 0
0.2	0.618 6	0.708 0	0.760 8	0.798 6	0.830 0	0.594 1	0.695 3	0.753 8	0.795 1	0.829 0
0.3	0.483 8	0.591 0	0.657 5	0.706 6	0.748 1	0.435 9	0.562 7	0.639 9	0.696 0	0.742 8
0.4	0.378 9	0.492 7	0.566 7	0.622 8	0.671 4	0.306 9	0.444 6	0.533 7	0.600 5	0.657 6
0.5	0.298 1	0.411 2	0.488 2	0.548 2	0.601 0	0.205 8	0.341 6	0.436 2	0.509 8	0.574 2

表 4 砂井地基固结度(单位: %)
Table 4 Degree of consolidation of sand-drained ground (unit: %)

地基	V_h	失效概率 P_f									
		C_h 为对数正态分布					C_h 为伽玛分布				
		0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20
理想砂井	0.1	83.0	84.6	85.4	85.9	86.3	82.8	84.5	85.3	85.9	86.3
	0.2	77.4	80.6	82.2	83.3	84.2	76.4	80.1	82.0	83.2	84.1
	0.3	71.6	76.3	78.8	80.5	81.8	69.2	75.1	78.2	80.1	81.7
	0.4	66.1	72.0	75.3	77.5	79.3	61.7	69.7	73.9	76.7	78.8
	0.5	61.1	67.9	71.8	74.5	76.7	54.6	63.9	69.2	72.8	75.6
非理想砂井	0.1	82.2	83.7	84.5	85.1	85.5	82.0	83.6	84.5	85.0	85.5
	0.2	76.5	79.7	81.3	82.4	83.3	75.5	79.2	81.1	82.3	83.3
	0.3	70.7	75.4	77.9	79.6	80.9	68.3	74.2	77.3	79.3	80.8
	0.4	65.3	71.1	74.4	76.6	78.4	60.9	68.8	73.0	75.8	77.9
	0.5	60.4	67.0	70.9	73.6	75.8	53.9	63.1	68.3	71.9	74.7

5 结 论

(1) 由于固结系数是一个不确定性随机变量, 因此要用概率统计方法来研究软粘土地基固结问题。根据概率理论提出了砂井地基固结概率设计的中心设计系数方法, 该方法用中心设计系数将砂井地基固结概率设计与常规设计联系起来, 有利于可靠性分析方法在岩土工程中应用。

(2) 固结系数的设计值等于其标准值与设计系数的乘积, 也等于其均值与中心设计系数乘积。

(3) 本文推导了径向固结系数的分布为对数正态分布和伽玛分布时的中心设计系数和径向固结系数标准值的计算公式。中心设计系数是径向固结系数变异系数的减函数, 而是失效概率的增函数。中心设计系数对径向固结系数的分布敏感性随着径向固结系数变异系数增大而增加, 随着失效概率增

大而减弱。

(4) 本文提出了砂井地基固结概率设计的一般步骤, 并提供了中心设计系数的图表, 可供工程应用, 算例表明砂井地基固结概率设计的设计系数方法具有较大实用性。

参 考 文 献

- [1] 李国周, 欧阳葆元. 软土地基固结与沉降概率分析[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(1): 25—34.
LI Guo-zhou, OUYANG Bao-yuan. Probabilistic analysis of consolidation and settlement of soft ground[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1992, 14(1): 25—34.
- [2] Ong H P, Shang J Q. Probabilistic analysis of consolidation with prefabricated vertical drains for soil improvement[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1998,

- 35: 666—677.
- [3] Zhou W, Hong H P, Shang J Q. Probabilistic design method of prefabricated vertical drains for soil improvement[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, American Society of Civil Engineers**, 1999, 125(8): 659—664.
- [4] Hansbo S. Consolidation of fine-grained soils by prefabricated drains[A]. **Proceedings of 10th ICSMFE, Stockholm**[C]. [s.l.]: [s.n.], 1981. 677—682.
- [5] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(2): 3—17.
- XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Resolution theory on sand drained foundation consolidation with equal strain[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1989, 11(2): 3—17.
- [6] 李小勇. 土工参数空间概率特性及软粘土地基固结概率分析[博士学位论文 D]. 杭州: 浙江大学, 2001.
- [7] 李小勇, 谢康和, 王黎辉. 砂井地基固结概率特性近似分析方法[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(6): 700—703.
- LI Xiao-yong, XIE Kang-he, WANG Li-hui. Approximate analysis method of probabilistic characteristics of consolidation of sand drained ground[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(6): 700—703.
- [8] 李小勇. 砂井地基固结概率设计的简化分析方法[J]. 水利学报, 2002, (8): 73—81.
- LI Xiao-yong. Approximate probabilistic design method of sand drained foundation consolidation[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2002, (8): 73—81.
- [9] 谢康和, 李小勇, 虞颜. 砂井地基固结概率特性[J]. 科技通报, 2001, 17(6): 42—46.
- XIE Kang-he, LI Xiao-yong, YU Yan. Probabilistic characteristics of consolidation for sand-drained ground[J]. **Bulletin of Science and Technology**, 2001, 17(6): 42—46.
- [10] Terzaghi K. Theory of Soil Mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, 1948.
- [11] Barron R A. Consolidation of fine grained soils by drain wells[J]. **Transactions of American Society of Civil Engineers**, 1948, 113: 718—742.
- [12] Xie K H, Zhu X Y, Pan Q Y, Zeng G X. Recent studies on the smear action of vertical drains[A]. **Proceedings of International Conference on Geotechnical Engineering and Earthquake Resistant Technology in Soft Soil Areas**[C]. [s.l.]: [s.n.], 1993. 92—99.
- [13] 成都地质学院《概率论与数理统计》编写小组. 概率论与数理统计[M]. 北京: 地质出版社, 1981.
- [14] 高大钊. 土力学可靠性原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989.
- [15] 谢康和, 李小勇, 虞颜. 粘性土地基固结的空间概率特性[J]. 浙江大学学报, 2002, 36(5): 588—590.
- XIE Kang-he, LI Xiao-yong, YU Yan. Spatial probabilistic characteristics of consolidation for clayey subgrade[J]. **Journal of Zhejiang University (Engineering Science)**, 2002, 36(5): 588—590.
- [16] 李小勇, 谢康和. 饱和粘性土地基固结的概率分析[J]. 工程勘察, 2001, (4): 11—14.
- [17] 李小勇, 张瑞婷, 侯晓文. 太原粉质粘土工程性质指标概率特征的分析研究[J]. 太原理工大学学报, 2000, 31(3): 254—258.
- LI Xiao-yong, ZHANG Rui-ting, HOU Xiao-wen. The statistic characteristics of engineering indexes for Taiyuan silty clay[J]. **Journal of Taiyuan University of Technology**, 2000, 31(3): 254—258.
- [18] 李小勇, 谢康和, 白晓红, 等. 太原粉质粘土强度指标的空间概率特征研究[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(6): 668—672.
- LI Xiao-yong, XIE Kang-he, BAI Xiao-hong, et al. The spatial probabilistic characteristics of strength indexes for Taiyuan silty clay[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2000, 22(6): 668—672.
- [19] 李小勇, 方日成, 谢康和. 平湖淤泥质粉质粘土土性指标空间概率特性[J]. 太原理工大学学报, 2001, 32(6): 644—646.
- LI Xiao-yong, FANG Ri-cheng, XIE Kang-he. The spatial probabilistic characteristics of soil parameters for Pinghu muchy silty clay[J]. **Journal of Taiyuan University of Technology**, 2001, 32(6): 644—646.
- [20] 李小勇, 谢康和. 太原粉质粘土强度指标概率特征[J]. 浙江大学学报, 2001, 35(5): 492—496.
- LI Xiao-yong, XIE Kang-he. The probabilistic characteristics of strength indexes for Taiyuan silty clay[J]. **Journal of Zhejiang University**, 2001, 35(5): 492—496.
- [21] GBJ68—84, 建筑固结系数设计统一标准[S].
- [22] GB50199—94, 水利水电工程结构可靠性设计统一标准[S].